

EJERCICIO 1

En el dibujo se muestran las fuerzas que actúan sobre la carga que cuelga del hilo.

\mathbf{T} representa la tensión del hilo.

\mathbf{F}_E representa la fuerza de interacción electrostática entre las dos cargas.

mg es el peso de la carga.

Tomando las componentes en el sistema de coordenadas (x,y) indicado en el dibujo y aplicando la condición de equilibrio tenemos que:

$$\begin{aligned} T \sin \theta &= F_E \\ T \cos \theta &= mg \end{aligned} \quad (1)$$

donde: $T = |\mathbf{T}|$; $F_E = |\mathbf{F}_E|$; $g = |\mathbf{g}|$ y de acuerdo a la ley

de Coulomb, $F_E = \frac{kq^2}{(a+b)^2}$.

Dividiendo miembro a miembro las dos ecuaciones (1) se obtiene:

$$\tan \theta = \frac{F_E}{mg} = \frac{kq^2}{(a+b)^2 mg} \Rightarrow q = \pm \sqrt{\frac{(a+b)^2 mg \tan \theta}{k}} \quad (2).$$

En esta última ecuación aparece también $\tan \theta$ como incógnita pero es posible hallarla a partir de la geometría del dibujo.

De acuerdo al dibujo $\sin \theta = \frac{b}{l} = \frac{0,02}{2} = 0,01$. Como es pequeño comparado con 1, tenemos que $\tan \theta \cong \sin \theta = 0,01$.

Sustituyendo todos los datos en la ecuación (2)

$$a = 0,03 \text{ m}$$

$$b = 0,02 \text{ m}$$

$$l = 2 \text{ m}$$

$$m = 0,002 \text{ kg}$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$\tan \theta = 0,01$$

Obtenemos que $q = \pm 7,4 \times 10^{-9} \text{ C}$. Es decir ambas son positivas o ambas son negativas con un valor absoluto de $7,4 \times 10^{-9} \text{ C}$.

Nota: se puede calcular $\tan\theta$ sin recurrir a la aproximación:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{0,01}{\sqrt{1 - 0,01^2}} = 0,01$$

El resultado es exactamente el mismo que el obtenido con la aproximación.

EJERCICIO 2

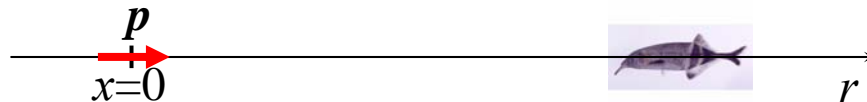


Figura 1. El pez se encuentra bajo la acción del campo generado por el dipolo en el origen de coordenadas.

Nos interesa saber el campo que percibe un pez cuando se encuentra a una distancia r del otro. Colocamos el pez generador del campo en el origen de coordenadas y lo modelamos como un dipolo p .

El campo electrostático del dipolo en función de r está dado por:

$$E(r) = \frac{2kp}{r^3}, \quad k = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

El campo decrece como $1/r^3$. El pez debe encontrarse a una distancia del dipolo tal que $E \geq 0,9 \text{ N/m}$. entonces:

$$\frac{2kp}{r^3} \geq 0,9 \Rightarrow r \leq \sqrt[3]{\frac{2kp}{0,9}}$$

Sustituyendo los valores de k y p resulta: $r \leq 1,26 \text{ m}$. Es decir, para que el pez “sienta” la presencia del otro, debe estar a una distancia inferior a 1,26 metros.

La idea se ilustra en la figura 2 donde se muestra como decrece el campo en función de r y se señala la región en la cual el pez pasa desapercibido para el otro de su especie.

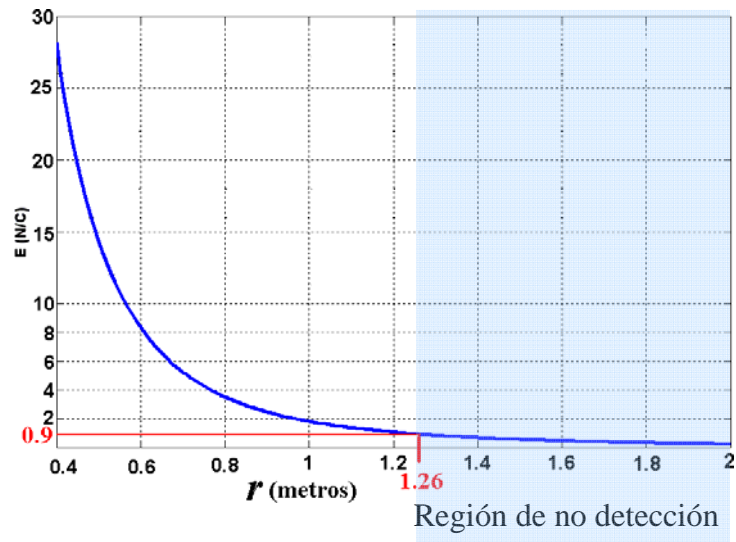


Figura 2. A partir de $r=1,26$ metros el campo es inferior a $0,9$ N/C.